

# Les aspects théoriques régissant l'instrumentation d'un capteur thermique pariétal à faible inertie

Brahim Bourouga \*, Vincent Goizet, Jean-Pierre Bardon

Laboratoire de Thermocinétique de l'ISITEM, UMR CNRS 6607, Rue Christian Pauc, BP 90604, 44306 Nantes Cedex 3, France

(Reçu le 11 décembre 1998, accepté le 2 juin 1999)

**Abstract — The theoretical aspects of the instrumentation of a weak inertia parietal thermal sensor.** From a simple semi-infinite model, we present theoretical developments allowing the optimisation of the instrumentation of parietal thermal sensors. Generally equipped with two thin thermocouples, these sensors must present a weak thermal inertia in order to characterise thermal boundary conditions in fast unsteady regime. Performances of such sensors are described by three characteristics: response time, measurement sensitivity and accuracy. For a given material, the constraint on the response time determines diameter and position of the second thermocouple. In a second time, the position of the first thermocouple results from a good compromise between measurement sensitivity and accuracy. This compromise depends itself on the sensor response time, particularly at the beginning of the studied thermal phenomena. © 2000 Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS

measurement / temperature / heat flux / sensor / instrumentation / response time / sensitivity / accuracy

**Résumé — Les aspects théoriques régissant l'instrumentation d'un capteur thermique pariétal à faible inertie.** Sur un modèle simple de milieu semi-infini, on présente les développements théoriques qui permettent d'optimiser l'instrumentation de capteurs thermiques pariétaux. Ces capteurs de faibles dimensions, généralement équipés de deux thermocouples fins, doivent présenter une faible inertie dans le but de caractériser des conditions thermiques de surface ou d'interface en régime variables rapides. Les performances de tels capteurs sont appréciées à partir des trois caractéristiques principales : le temps de réponse, la sensibilité et la précision de mesure. Pour un substrat donné, la contrainte sur le temps de réponse détermine le choix du diamètre de fil de thermocouple et la position du second thermocouple. Par la suite, la position du premier thermocouple résulte du compromis sensibilité-précision qui dépend lui même du temps de réponse du capteur, notamment au tout début du phénomène thermique étudié. © 2000 Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS

mesure / température / flux de chaleur / capteur / instrumentation / temps de réponse / sensibilité / précision

## Nomenclature

$a$	diffusivité thermique de la paroi . . . . .	$m^2 \cdot s^{-1}$
$b$	effusivité thermique de la paroi . . . . .	$W \cdot s^{1/2} \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$
$C_p$	chaleur spécifique de la paroi . . . . .	$J \cdot kg^{-1} K^{-1}$
$e$	épaisseur du capteur . . . . .	m
$L$	épaisseur de la paroi . . . . .	m
$n$	nombre de thermocouples formant le capteur	
$r$	rayon du fil de thermocouple . . . . .	m
$R$	résistance thermique de contact . . . . .	$m^2 \cdot K \cdot W^{-1}$
$S_T$	sensibilité de mesure de la température superficielle	

$S_\phi$	sensibilité de mesure de la densité de flux superficiel . . . . .	$m^2 \cdot K \cdot W^{-1}$
$t$	temps . . . . .	s
$t^*$	temps réduit	
$t_c$	temps de réponse du thermocouple . . . . .	s
$t_0$	temps de réponse du capteur . . . . .	s
$T$	température . . . . .	K
$T_0$	amplitude de l'échelon de température . . . . .	K
$T_m$	température mesurée . . . . .	K
$T_\infty$	température initiale . . . . .	K
$x$	position du thermocouple dans la paroi . . . . .	m
$x^*$	position réduite	

## Symboles Grecs

$\phi$	densité de flux de chaleur . . . . .	$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$
$\lambda$	conductivité thermique . . . . .	$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$

\* Correspondance et tirés à part.  
 brahim.bourouga@isitem.univ-nantes.fr

$\rho$	densité . . . . .	$\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$
$\theta$	température réduite . . . . .	K

## 0. INTRODUCTION

Dans le domaine des transferts thermiques, l'estimation des conditions thermiques de surface ou d'interface constitue un champ d'investigation vaste qui se distingue par une grande diversité dans les applications telles que la mise en forme des matériaux, les moteurs à combustion interne ou encore le soudage. Parce qu'elles suscitent beaucoup d'intérêt, nous citons ici deux applications auxquelles beaucoup d'auteurs ont eu recours au capteur pariétal faisant appel au thermocouple. La première porte sur la thermique des moteurs à combustion interne et notamment le moteur diesel où l'on essaye d'améliorer l'injection de fuel et de maîtriser le phénomène de fatigue thermique dû aux oscillations de température importantes en certains points de la culasse. Toutes les études s'appuient sur les estimations de la température et de la densité de flux superficiels instantanés sur la culasse côté combustion, effectuées à partir de relevés réalisés dans le massif de la paroi. Ce thème se distingue par un grand nombre de travaux essentiellement publiés dans la revue Society of Automotive Engineering dont on ne citera pour exemple que quelques uns [1–7]. La seconde application porte sur la détermination de la résistance thermique de contact à l'interface pièce-outil de mise en forme (forgeage à chaud, injection de plastique, moulage. . .). Dans le forgeage à chaud par exemple, cette dernière gouverne le refroidissement de la pièce et joue donc un rôle déterminant sur sa rhéologie, du moins au voisinage immédiat de l'interface de contact pièce-outil [8–15]. Dans l'injection de plastique et la fonderie, la résistance thermique de contact pièce-moule joue également un rôle important puisqu'elle conditionne le refroidissement de la pièce qui, le plus souvent, est à l'origine d'un phénomène de retrait [16–19]. Quelle que soit l'application, la bibliographie montre que pour l'estimation d'une même condition de surface ou d'interface, les différents auteurs ont recours le plus souvent à un seul et même principe de mesure ; et par delà les différences sur les moyens d'acquisition ou encore sur les modèles de dépouillement, l'originalité du travail se retrouve, pour l'essentiel, dans la technique d'instrumentation. Souvent cette instrumentation est conditionnée par des difficultés de mise en oeuvre expérimentale spécifiques (encombrements réduits, températures et/ou contraintes mécaniques très élevées, déplacements, chocs. . .), reléguant au second plan l'analyse théorique de base qui garantit une mesure de qualité.

Mesure locale de :  $T(0,t)$  et  $\varphi(0,t)$

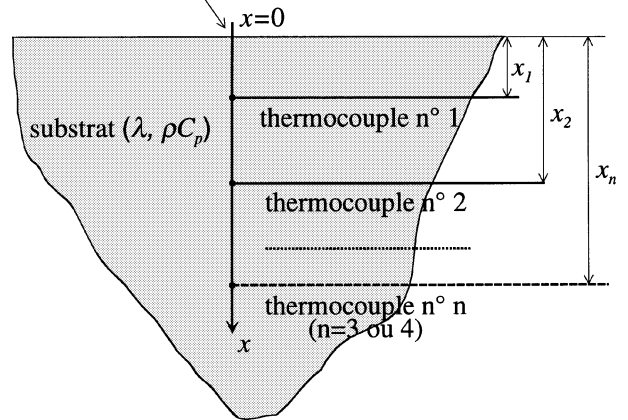


Figure 1. Schéma de principe du capteur thermique.

Figure 1. Scheme of the thermal sensor.

Dans le présent travail, on se propose justement de développer les aspects théoriques qui permettent d'optimiser l'instrumentation de la paroi au voisinage de la surface ou de l'interface à caractériser (l'implantation des thermocouples). On pourra mettre en évidence les conditions qui minimisent le temps de réponse du capteur et aident au choix du bon compromis temps de réponse–sensibilité–précision de mesure, en d'autres termes, qui font ressortir les conditions les plus favorables à l'estimation de conditions thermiques superficielles ou interfaciales instantanées.

Ce papier est organisé en trois sections : dans la première, on définit le capteur et on présente le modèle permettant d'aborder les aspects théoriques, notamment le temps de réponse du capteur. La seconde section traite le problème de la sensibilité de la mesure aux conditions thermiques superficielles. Enfin, on évoque la précision de la mesure avant de conclure.

## 1. LE CAPTEUR THERMIQUE

### 1.1. Définition

Comme le montre la figure 1, le terme *capteur thermique* désigne une épaisseur de paroi siège d'un transfert de chaleur par conduction unidirectionnel et équipée de deux thermocouples (ou plus) ; les caractéristiques thermophysiques du matériau  $(\lambda, \rho C_p)$  étant supposées connues. L'épaisseur de paroi considérée est comprise entre la surface (ou l'interface) à caractériser  $x = 0$  et le point d'implantation du deuxième thermocouple  $x_2 = e$

(ou du  $n^{\text{ième}}$  et dernier thermocouple,  $x_n = e$ ). Les fils de thermocouple suivent des isothermes et les soudures chaudes sont placées à des cotes  $x_i$  et alignés selon la normale à la face  $x = 0$ .

En fait, deux thermocouples suffisent pour réaliser un capteur (fluxmètre) mais, il est plus convenable d'en implanter un peu plus ( $n = 3$  ou  $4$ ) pour pallier d'éventuels défauts ou pertes de thermocouple en cours de manipulation. Dans de telles situations et tant que  $n \geq 2$ , le capteur reste utilisable mais ses caractéristiques dépendront de la nouvelle disposition des thermocouples qui serviront alors au dépouillement.

En pratique, un tel système sert à caractériser les conditions thermiques qui prévalent sur une surface ou à une interface donnée. Selon le besoin, ces conditions peuvent être une température de surface (ou deux) et/ou une densité de flux, voire un coefficient de transfert ou encore une résistance thermique de contact. Le dépouillement des enregistrements de température réalisés par les deux thermocouples se fait au moyen de la résolution du problème de conduction inverse unidirectionnel. Dans ce dernier, la température donnée par le second thermocouple sert de condition de frontière et celle donnée par le premier thermocouple constitue l'information additionnelle nécessaire à cette résolution.

Comme tout instrument de mesure, le capteur thermique pariétal présente des caractéristiques essentielles qui doivent être optimisées. Ces caractéristiques sont le temps de réponse qui sera défini plus loin, la sensibilité de mesure et la précision sur le paramètre estimé. L'optimisation de l'instrumentation consiste à aborder successivement le problème du temps de réponse du capteur (à ne pas confondre avec le temps de réponse du thermocouple) puis celui du compromis sensibilité-précision de mesure. Ce sont les contraintes imposées par le cahier des charges sur ces caractéristiques qui vont guider le choix de l'emplacement des deux thermocouples en fonction du diamètre de fil et de la nature du substrat à instrumenter. Pour cela, il convient de retenir un modèle théorique approprié, de préférence simple, et pouvant donner lieu à des expressions analytiques qui permettent de faire ressortir l'importance des rôles respectifs des paramètres intervenant.

## 1.2. Modèle théorique simplifié

Dans le cas d'un transfert de chaleur transitoire rapide dans une paroi d'épaisseur  $L$  où l'on s'intéresse particulièrement au début du phénomène (temps très courts), le modèle semi-infini unidirectionnel est représentatif de ce

qui se passe dans le voisinage immédiat de la surface à caractériser. Ce modèle est d'autant plus intéressant que le rapport  $e/L$  est petit ; ce qui est le cas pour les fluxmètres pariétaux.  $(e/L)^2$  représente le rapport du temps de mise en régime thermique du capteur sur celui de la paroi. Plus ce rapport est faible, meilleure est la restitution de l'événement thermique instantané (aux temps courts) à la surface ou à l'interface étudiée.

A une excitation de type échelon de température, d'amplitude  $T_0$  en  $x = 0$ , la réponse instantanée du milieu semi-infini qui, initialement était à température uniforme nulle ( $T_\infty = 0$ ) est donnée par :

$$T(x, t) = T_0 \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}}\right) \quad (1)$$

et la densité de flux entrant en  $x = 0$  est :

$$\varphi_0 = \varphi(0, t) = -\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = \frac{bT_0}{\sqrt{\pi t}} \quad (2)$$

où  $a = \lambda/(\rho C_p)$  et  $b = \sqrt{\lambda \rho C_p}$  représentent respectivement la diffusivité et l'effusivité thermiques du milieu.

Ainsi, si l'on arrive à mesurer en un point  $x$  et à un instant  $t$  la température  $T_m$  théoriquement représentée par  $T(x, t)$ , aux erreurs de mesure près, alors on peut estimer  $T_0$  et  $\varphi_0$  à partir des équations (1) et (2).

Par sa simplicité (surtout à cause de la condition initiale uniforme et égale à zéro), ce modèle semi-infini se prête bien à l'étude du temps de réponse du capteur et à l'analyse de la sensibilité et de l'incertitude de mesure au moyen de la solution du problème direct, représenté ici par l'équation (1). En réalité et le plus souvent, l'excitation et la condition initiale ne sont pas des constantes et l'expression de la solution est bien plus complexe que la relation (1). Cependant, la réponse à un échelon de température (ou de flux) est représentative de toute autre forme d'excitation variable (théorème de Duhamel) ; elle est également pénalisante en raison de la discontinuité qui caractérise l'échelon. Retenons donc que c'est l'échelle des temps qui justifie le modèle de milieu semi-infini qui va servir non seulement à définir le temps de réponse du capteur mais également à étudier le comportement de la sensibilité et de la précision en fonction de la position des thermocouples de leur diamètre et de la nature du milieu instrumenté. Par contre, le domaine le plus intéressant pour l'implantation des thermocouples est déterminé à partir de considérations physiques liées à la mise en œuvre expérimentale et à la qualité de l'estimation par technique inverse de la condition de surface recherchée.

## 2. TEMPS DE RÉPONSE DU CAPTEUR : POSITION DU SECOND THERMOCOUPLE

Le temps de réponse du capteur est un paramètre important surtout lorsqu'on s'intéresse au tout début d'un phénomène thermique transitoire. Si l'on part du principe que la température instantanée mesurée est différente de la température réelle du milieu en raison du temps de réponse du thermocouple, alors forcément le temps de réponse du capteur est lié au lieu d'implantation du second thermocouple. Une estimation correcte de la condition de surface recherchée ne peut être réalisée (par technique inverse) qu'avec des réponses correctes des deux thermocouples et notamment celle du second qui est la plus retardée. Par conséquent, c'est la contrainte sur le temps de réponse du capteur qui va imposer le lieu d'implantation du deuxième thermocouple. Mais avant d'aller plus loin dans cet ordre d'idée, il faut d'abord définir le « temps de réponse du thermocouple » qui joue lui aussi un rôle important.

### 2.1. Le temps de réponse du thermocouple

Pour définir le temps de réponse du thermocouple, nous allons faire abstraction de toutes les sources d'erreur de mesure autres que celles introduites par le retard dû à l'établissement de l'équilibre thermique au niveau de la soudure chaude milieu-fil de thermocouple. Cet équilibre thermique représenté par l'établissement du phénomène de constriction thermique dans le milieu au niveau de la soudure chaude dépend de plusieurs paramètres notamment l'aire de contact et la qualité de contact. L'aire de contact ne peut être qu'inférieure ou égale la plus grande section que présente la soudure chaude. Le contact peut être imparfait (posé serré, collé) ou parfait (soudé sans métal d'apport). Ceci peut donner lieu à diverses situations selon lesquelles le temps d'établissement du régime thermique au niveau de la soudure peut varier beaucoup. Aussi dans le cadre de cette étude, nous retiendrons simplement le cas particulier de la situation favorable des contact séparés (fils de thermocouples soudés séparément sur la paroi) [20] avec contact parfait sur toute la section du fil (section de contact maximum). En même temps et pour ne pas alourdir le modèle simplifié, nous allons considérer que le thermocouple ne répond qu'à partir de l'instant  $t_0$  où la constriction est établie à 95 % :

$$t_0 = \frac{44r^2}{a} \quad (3)$$

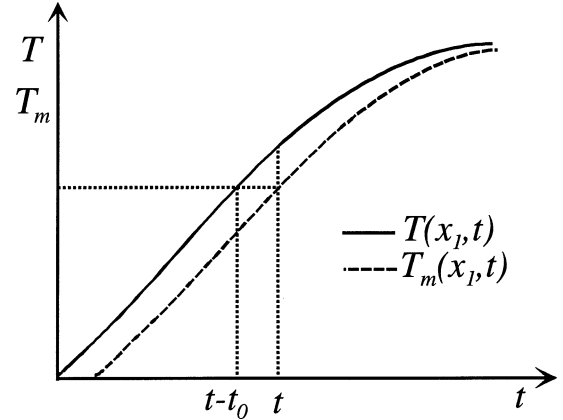


Figure 2. Réponse de la paroi à une excitation de type échelon et signal délivré par le thermocouple.

Figure 2. Wall response to a temperature step and signal given by the thermocouple.

$a$  représente la diffusivité thermique du milieu et  $r$  le rayon du fil de thermocouple. Notons que  $t_0$  est de plus en plus faible lorsque le rayon du fil est de plus en plus petit et/ou quand le substrat est de plus en plus diffusif.

Cette inertie thermique qui caractérise le thermocouple va introduire une différence entre la température réelle du substrat au point de mesure et celle délivrée par le thermocouple.

### 2.2. Température réelle du milieu et température mesurée

Lorsqu'à l'instant  $t$  et au point  $x$ , la réponse du milieu à une excitation de type température imposée d'amplitude  $T_0$  est  $T(x, t)$  donné par l'équation (1), l'information  $T_m$  délivrée par le thermocouple est telle que :

$$T_m(x, t) = T_0 \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{a(t-t_0)}}\right) \quad x > 0, t > t_0 \quad (4)$$

puisque'il faut attendre  $t_0$  pour que le thermocouple restitue correctement la réponse du milieu. La différence entre  $T(x, t)$  et  $T_m(x, t)$  est illustré sur la figure 2. En considérant les nombres sans dimensions suivants :

$$\begin{aligned} x^* &= \frac{x}{r}, & t^* &= \frac{t}{t_0} \\ \theta(x, t) &= \frac{T(x, t)}{T_0}, & \theta_m(x, t) &= \frac{T_m(x, t)}{T_0} \end{aligned} \quad (5)$$

on exprime alors la position du point de mesure en fonction du rayon du thermocouple et l'instant de mesure

en fonction du temps de réponse du thermocouple. Les équations (1) et (4) deviennent respectivement (6) et (7) :

$$\theta(x, t) = \operatorname{erfc}\left(\frac{x^*}{13,27\sqrt{t^*}}\right) \quad x^* > 0, t^* > 0 \quad (6)$$

$$\theta_m(x, t) = \operatorname{erfc}\left(\frac{x^*}{13,27\sqrt{t^* - 1}}\right) \quad x^* > 0, t^* > 1 \quad (7)$$

Notée  $\Delta\theta$  et exprimée en pourcentage, la différence entre  $\theta(x, t)$  et  $\theta_m(x, t)$  constitue l'erreur de mesure due au temps de réponse du thermocouple et s'écrit :

$$\begin{aligned} \Delta\theta(x^*, t^*) &= 100 \frac{\theta(x^*, t^*) - \theta_m(x^*, t^*)}{\theta(x^*, t^*) - \theta_\infty} \\ &= 100 \frac{\theta(x^*, t^*) - \theta_m(x^*, t^*)}{\theta(x^*, t^*)} \quad (\%) \quad (8) \end{aligned}$$

Souvent ignorée de l'expérimentateur, cette erreur qui illustre le caractère intrusif de la mesure par thermocouple est à l'origine du temps de réponse du capteur. Finalement, le temps de réponse du capteur peut être défini à partir de la valeur minimale  $\Delta\theta$  (donnée par l'équation (8)) que l'on admet sur la mesure réalisée par le second thermocouple.

### 2.3. Le temps de réponse du capteur

Nous allons retenir par définition que le « temps de réponse du capteur » noté  $t_c$  représente l'instant à partir duquel le second thermocouple, implanté en  $x = e$  restitue la réponse du milieu à mieux que 95 % (ou plus selon la convention retenue) ; c'est à dire l'instant à partir duquel  $\Delta\theta(e, t)$  (donnée par l'équation (8)) devient inférieur à 5 % (ou moins). En d'autres termes, la réponse du milieu en un point  $x$  est définie quel que soit  $t \in [0, \infty[$  alors que la réponse du thermocouple destiné à la restituer n'est définie que pour  $t \in [t_c, \infty[$ . Les événements thermiques se déroulant durant l'intervalle  $[0, t_c[$  ne seront pas évoqués ici en raison de la complexité du problème. Quant  $t_c$  est de plus en plus faible, on dit qu'on remonte vers l'état initial.

On peut considérer qu'un expérimentateur averti puisse faire le changement de variable  $t = t - t_0$  qui impliquerait  $T_m(x, t - t_0) = T(x, t)$  et annulerait  $\Delta\theta$ . Ce serait le cas idéal où  $t_0$  est connu avec exactitude. Effectivement, un tel artifice de calcul éliminerait l'effet d'inertie du capteur ; mais la littérature montre que cette démarche n'est pas d'usage, et combien même elle l'aurait été, l'incertitude sur  $t_0$  inciterait quand même à faire une analyse similaire pour cerner le temps de réponse du capteur selon les conditions d'instrumentation.

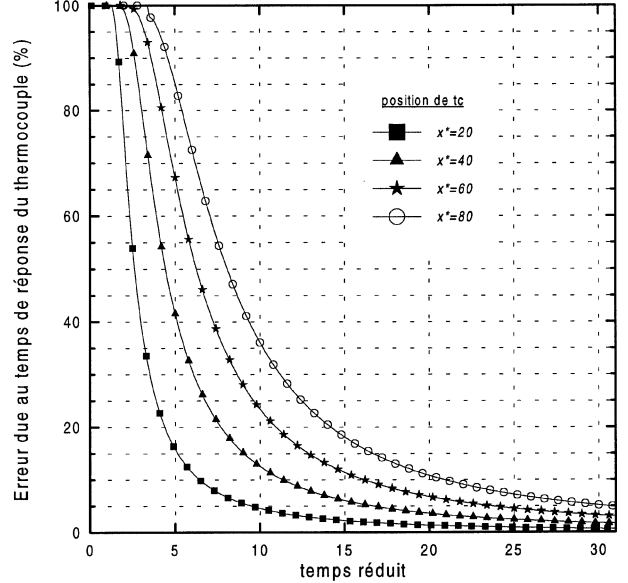


Figure 3. Erreur de mesure due au temps de réponse du thermocouple.

Figure 3. Measurement error due to sensor response time.

### 2.4. Influence de la position du second thermocouple, de son diamètre et de la nature du milieu sur le temps de réponse du capteur

Sur la figure 3, on représente  $\Delta\theta$  pour quatre valeurs différentes de  $x_2^*$  et  $t_c^*$  correspond à l'instant  $t$  tel que  $\Delta\theta(x_2^*, t) < 5\%$ . On observe que des valeurs de  $x_2^*$  de plus en plus grandes donnent des temps de réponse  $t_c^*$  de plus en plus grands.

Des ordres de grandeur de  $t_c^*$  sont donnés sur le tableau I où l'on a considéré trois métaux qui diffèrent beaucoup par leurs conductivités et diffusivités thermiques respectives : un alliage d'Aluminium (catégorie 2000), le Nickel et l'Inconel 718. La conductivité thermique de l'alliage d'aluminium est double de celle du nickel et 10 fois plus grande que celle de l'Inconel 718 et sa diffusivité thermique est triple de celle du nickel et 14 fois plus grande que celle de l'Inconel. De même, on a considéré quatre valeurs de diamètre de fil de thermocouple couramment utilisés  $r = 10, 25, 50$  et  $80 \mu\text{m}$  et on balaye le domaine d'implantation des thermocouples en considérant  $x_2^* = 20, 40, 60$  et  $80$ .

D'une façon générale, on peut dire que pour une cote de mesure et un substrat donnés, un fil de thermocouple de plus en plus fin permet de remonter dans l'axe des temps pour se rapprocher de plus en plus vers l'instant

TABLEAU I / TABLE I  
 Valeurs de  $t_c^*$  et  $t_c$  (millisecondes).  
 Values of  $t_c^*$  and  $t_c$  (milliseconds).

nature du milieu ↓	rayon du fil ↓	$t_2^* \rightarrow$	$x_2^* = 20$	$x_2^* = 40$	$x_2^* = 60$	$x_2^* = 80$
			9,5	16,7	23,7	30,5
Alliage d'Al, à 150 °C $\lambda = 175 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ $a = 6,7\cdot 10^{-5} \text{ m}^2\cdot\text{s}^{-1}$	$r = 5,0 \text{ }\mu\text{m}$	$t_0 = 0,016$	0,15	0,27	0,38	0,49
	$r = 12,5 \text{ }\mu\text{m}$	$t_0 = 0,103$	0,98	1,72	2,44	3,14
	$r = 25,0 \text{ }\mu\text{m}$	$t_0 = 0,410$	3,90	6,85	9,72	12,51
	$r = 40,0 \text{ }\mu\text{m}$	$t_0 = 1,051$	10,0	17,5	24,9	32,1
Nickel à 20 °C $\lambda = 88 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ $a = 2,2\cdot 10^{-5} \text{ m}^2\cdot\text{s}^{-1}$	$r = 5,0 \text{ }\mu\text{m}$	$t_0 = 0,048$	0,46	0,80	1,14	1,46
	$r = 12,5 \text{ }\mu\text{m}$	$t_0 = 0,313$	1,36	2,40	7,42	9,55
	$r = 25,0 \text{ }\mu\text{m}$	$t_0 = 1,249$	11,9	20,9	29,6	38,1
	$r = 40,0 \text{ }\mu\text{m}$	$t_0 = 3,201$	30,4	53,5	75,9	97,6
Inconel 718 à 400 °C $\lambda$ $a = 4,8\cdot 10^{-6} \text{ m}^2\cdot\text{s}^{-1}$	$r = 5,0 \text{ }\mu\text{m}$	$t_0 = 0,223$	2,12	3,72	5,24	6,74
	$r = 12,5 \text{ }\mu\text{m}$	$t_0 = 1,438$	13,7	24,0	34,1	43,9
	$r = 25,0 \text{ }\mu\text{m}$	$t_0 = 5,723$	54,4	95,6	136	175
	$r = 40,0 \text{ }\mu\text{m}$	$t_0 = 14,670$	139	245	348	447

initial. De même, si l'on fixe la valeur du diamètre de fil, une cote de mesure  $x_2$  de plus en plus petite permet également de remonter l'axe des temps pour se rapprocher de l'état initial. On retiendra donc que les sens de variation de  $x$  et  $r$  ont une même conséquence sur le temps de réponse du capteur avec un légère prépondérance en faveur de celui de  $r$ . Comparer sur le *tableau I*, les résultats correspondant à  $x_2^* = 20$  et  $x_2^* = 40$  pour  $r = 12,5$  et  $25 \text{ }\mu\text{m}$ .

La nature du substrat joue aussi un rôle important sur la valeur de  $t_c$ . Un matériau de plus en plus diffusif rapproche de plus en plus vers l'état initial. Ainsi, pour un substrat en Inconel 718 sur lequel on effectue une mesure de température à 0,5 mm de la surface à caractériser au moyen de fils de thermocouple de rayon  $25 \text{ }\mu\text{m}$ , la mesure n'est correcte au sens de la convention retenue qu'au bout de 54 ms ( $x_2^* = 500/25 = 20$ ). Cette même mesure intervient seulement au bout de 4 ms environ sur un support en Aluminium. Le rapport des temps d'intervention de la mesure correcte est bien sûr l'inverse de celui des diffusivités.

D'une façon générale, c'est la contrainte sur  $t_c$  qui limite le choix de l'emplacement du second thermocouple et du diamètre de fil de thermocouple sur un substrat donné. En d'autres termes le choix du diamètre de fil et la contrainte sur le temps de réponse du capteur imposent la position extrême que pourrait occuper le second thermocouple. Ainsi si l'on veut mettre au point un capteur ayant un temps de réponse  $t_c \leq 10 \text{ ms}$ , et si l'on envisage d'utiliser des fils de thermocouple de  $25 \text{ }\mu\text{m}$ , alors pour un substrat en Aluminium, on dispose d'un domaine d'im-

plantation qui va bien au delà de  $x_2^* = 80$ ; pour un substrat en nickel, ce domaine s'arrête à  $x_2^* = 80$ . Par contre pour un substrat en inconel 718, on est obligé d'aller chercher cette position extrême en dessous de  $x_2^* = 20$ , autant dire que dans ce dernier cas, le choix d'un fil de  $25 \text{ }\mu\text{m}$  est irréaliste puisqu'il faut garder un espace suffisant pour implanter le premier thermocouple et maintenir une distance minimale entre les deux pour des raisons de précision. De plus, il y a des situations où le choix de la position du premier thermocouple ne peut se faire indépendamment de celle du second qui, elle, est intimement liée au compromis sensibilité-précision sur la mesure de la condition thermique surfacique recherchée.

### 3. SENSIBILITÉ ET PRÉCISION DE MESURE : POSITION DU PREMIER THERMOCOUPLE

La sensibilité de mesure n'est autre que la sensibilité du premier thermocouple du fluxmètre à l'événement thermique qui se déroule à la surface (ou à l'interface) et que l'on cherche à caractériser. Le problème de la sensibilité est couplé à celui de la précision en raison de l'emplacement du premier thermocouple. Il convient donc de déterminer le domaine d'implantation du premier thermocouple avant d'aborder les comportements de la sensibilité et de la précision de mesure en fonction des différents paramètres qui interviennent.

### 3.1. Domaine d'implantation du premier thermocouple

On délimite ce domaine sur la base de considérations physiques relevant à la fois de l'expérience et de l'estimation des conditions de surface par méthode de conduction inverse. Ainsi, la position la plus proche que peut occuper le premier thermocouple du fluxmètre (valeur minimale du domaine d'implantation) ne peut être inférieure à 10 fois le rayon du fil de thermocouple  $r$  ; autrement dit :

$$x_1 \geq 10r \quad (9)$$

Cette distance  $10r$  représente le rayon de la demi-sphère dans laquelle la constriction thermique se développe autour de la soudure chaude [21]. En respectant cette distance entre la surface à caractériser et le point de mesure, on s'assure que le caractère intrusif de la soudure chaude n'affecte pas la température de surface.

La position la plus éloignée que peut occuper le premier thermocouple par rapport à la surface à caractériser est liée au pas de temps de discrétisation temporelle du problème inverse de conduction de la chaleur dont la résolution a pour objet la détermination de la condition surfacique recherchée. Une estimation correcte de cette condition nécessite une bonne sensibilité du premier thermocouple (implanté en  $x = x_1$ ) à l'évènement thermique qui se déroule en surface ; elle n'est assurée que lorsque l'inégalité suivante est satisfaite :

$$\Delta t^* = \frac{a\Delta t}{x_1^2} > 0,01 \quad \Leftrightarrow \quad \Delta t > \frac{0,01x_1^2}{a} \quad (10)$$

ce point est largement évoqué dans la référence [22]. Cette contrainte sur le pas de discrétisation temporelle demeure valable quelle que soit la méthode inverse utilisée (méthode séquentielle de Beck ou méthodes globales).  $\Delta t^*$  est construit sur la position du premier thermocouple  $x_1$  et le pas de temps de calcul  $\Delta t$  qui est souvent un multiple de la période d'acquisition  $\Delta t_m$ .  $\Delta t$  est pris égal à  $\Delta t_m$  dans le cas des régimes thermiques très rapides. Se pose alors le problème de la limite inférieure de la période d'acquisition qui va être celle de  $\Delta t$  également. D'un point de vue physique, c'est le temps de réponse  $t_0$  du thermocouple qui représente le mieux cette valeur minimale de  $\Delta t_m$  et donc celle de  $\Delta t$  ; on peut alors poser :

$$\begin{aligned} t_0 = \min(\Delta t_m) = \min(\Delta t) &> \frac{0,01x_1^2}{a} \\ \Leftrightarrow \frac{44r^2}{a} > \frac{0,01x_1^2}{a} &\Leftrightarrow x_1 \leq 66r \quad (11) \end{aligned}$$

Finalement, le domaine d'implantation du premier thermocouple est donné par la double inégalité suivante :

$$10 \leq x_1^* \leq 66 \quad (12)$$

Notons au passage que la valeur minimale  $\Delta t^* = 0,01$  évoquée ici correspond à la situation où le rapport signal sur bruit est très grand (mesure de grande qualité) ; sinon la nécessité de filtrer les signaux avant le dépouillement commence à se faire sentir sérieusement. C'est pour cela que dans la pratique, le premier thermocouple a généralement une position  $x_1$  beaucoup plus proche de  $10r$  que de  $66r$ .

Connaissant maintenant le domaine de variation de  $x_1$ , on peut aborder successivement les problèmes de la sensibilité et de la précision de mesure.

### 3.2. La sensibilité de mesure

Dans le modèle semi-infini retenu, on estime la température de surface  $T_0$  à partir de la mesure  $T_m(x_1, t)$  effectuée au moyen du premier thermocouple que l'on introduit dans l'équation (1) :

$$T_0 = \frac{T_m(x_1, t)}{\operatorname{erfc}(x_1/(2\sqrt{at}))} \quad (13)$$

On en déduit également la densité de flux surfacique :

$$\begin{aligned} \varphi_0(t) &= -\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=0} = \frac{bT_0}{\sqrt{\pi t}} \\ &= \frac{b}{\sqrt{\pi t}} \frac{T_m(x_1, t)}{\operatorname{erfc}(x_1/(2\sqrt{at}))} \quad (14) \end{aligned}$$

où  $\lambda$  et  $b$  sont respectivement la conductivité et l'effusivité thermiques du milieu.

La sensibilité de mesure étant la dérivée du paramètre mesuré par rapport à celui recherché, on peut poser :

$$s_T = \frac{dT_m}{dT_0} = \operatorname{erfc} \left( \frac{x_1}{2\sqrt{at}} \right) = \operatorname{erfc}(u_1) \quad (15)$$

$s_T$  est la sensibilité de mesure de la température superficielle. C'est une fonction sans dimension car le paramètre recherché et celui mesuré sont de même nature ; des températures en l'occurrence.  $s_T$  reste toujours inférieure à l'unité quelle que soit la position  $x_1$  du premier thermocouple et  $t > t_c$ . Elle tend vers l'unité pour des temps de plus en plus grands ( $u_1 \rightarrow 0$ ).  $s_T$  est maximum et égale à l'unité à la surface  $x = 0$  ; c'est le cas limite idéal où la mesure devient directe.

La sensibilité de mesure de la densité de flux, que l'on note  $s_\varphi$ , est donnée par :

$$\begin{aligned} s_\varphi &= \frac{dT_m(x_1, t)}{d\varphi_0} = \frac{\sqrt{\pi t}}{b} \operatorname{erfc}(u_1) \\ &= \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{x_1}{\lambda} \frac{\operatorname{erfc}(u_1)}{u_1} \end{aligned} \quad (16)$$

ou encore sous forme réduite :

$$s_\varphi^* = \frac{\lambda}{x_1} s_\varphi = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{\operatorname{erfc}(u_1)}{u_1} \quad (17)$$

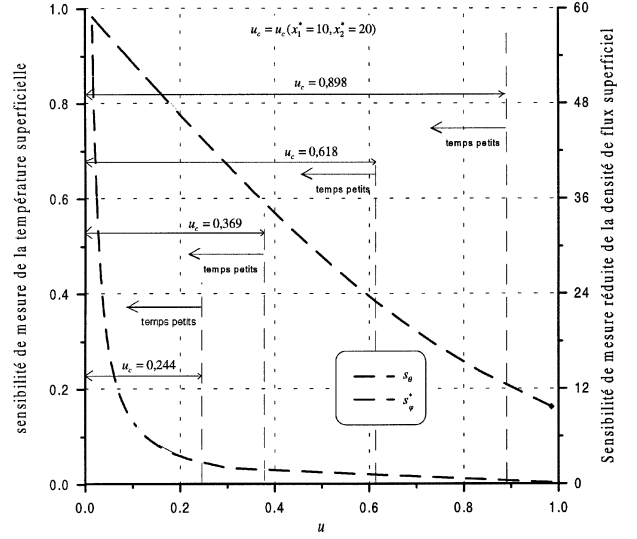
$s_\varphi$ , donnée par l'équation (16), se présente comme une température rapportée à une densité de flux, autrement dit une espèce de résistance thermique par unité de surface. C'est ce qui ressort de l'équation (17) où l'on considère comme référence la résistance thermique de l'épaisseur de paroi séparant le premier thermocouple de la surface à caractériser. Il est donc prévisible que  $s_\varphi$  présente des échelles de valeurs comparables à celles de la résistance  $x_1/\lambda$  ou plus grandes, mais toujours petites devant l'unité. En l'occurrence, une faible valeur de  $s_\varphi$  par rapport à  $s_T$  ne signifie pas forcément une faible sensibilité (i.e. mauvaise sensibilité), cela s'explique simplement par la grande différence qui distingue les échelles de valeur des températures de celles des densités de flux dans le système d'unité SI.

Les équations (15) et (17) montrent que la sensibilité de mesure est définie sur un domaine de valeur de  $u_1$  qui est assujéti à la position du premier thermocouple  $x_1$  et au temps de réponse du capteur  $t_c$ , lui même défini à partir de la position du second thermocouple pour une nature du substrat et un diamètre de fil donnés ; en effet :

$$\begin{aligned} \forall x_1^* \in [10, 66] \quad \text{et} \quad t \in [t_c, \infty] \\ \text{alors} \quad 0 \leq u_1 \leq u_c = \frac{x_1^*}{13,27\sqrt{t_c}} \end{aligned} \quad (18)$$

$u_c$  est donc la borne supérieure du domaine de valeur de  $u_1$  et elle relie la position du premier thermocouple à celle du second.

Sur la *figure 4* sont présentées les lois  $s_T(u_1)$  et  $s_\varphi^*(u_1)$  données par les équations (15) et (17) sur le domaine  $u \in ]0, u_c]$ . Sachant que  $s_T$  et  $s_\varphi$  sont des fonctions monotones décroissantes, leurs minima correspondent donc à  $s_T(u_c)$  et  $s_\varphi(u_c)$ . Pour que ces minima soient acceptables en vue d'estimer correctement les conditions thermiques de surface (ou d'interface), il faut trouver la disposition des thermocouples la plus avantageuse minimisant  $u_c$ . Cette disposition doit prendre en charge également la précision de mesure qui se fait sentir surtout



**Figure 4.** Sensibilité de mesure de la température et de la densité de flux superficiels.

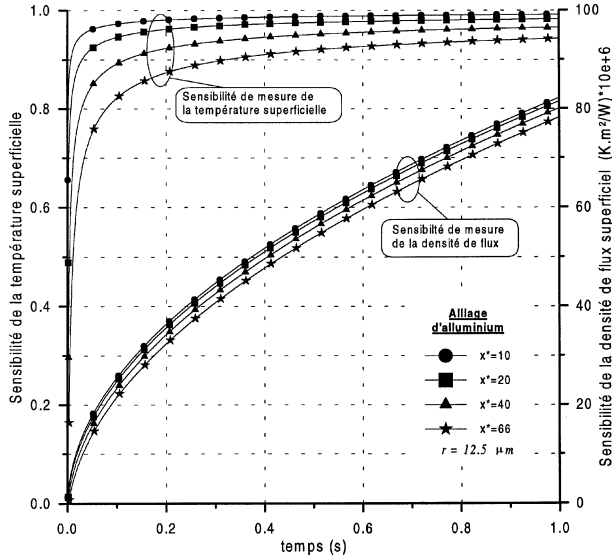
**Figure 4.** Measurement sensitivity of the superficial temperature and heat flux.

aux temps petits et notamment à  $t = t_c$ . Mais avant cela voyons le comportement de la précision en fonction de la position du premier thermocouple et de la nature du substrat.

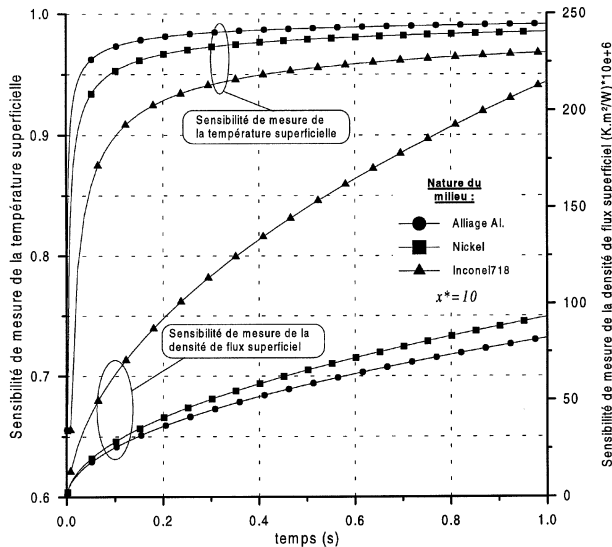
Pour cela, on considère les tracés de  $s_T(x_1, t)$  et  $s_\varphi(x_1, t)$  pour quatre valeurs de  $x_1$ . Sur la *figure 5*, on observe que dans le cas d'une paroi en Aluminium et pour un fil de thermocouple de diamètre 25  $\mu\text{m}$  et pour une cote de mesure donnée, la sensibilité  $s_T$  est monotone croissante suivant le temps.  $s_T$  décroît suivant des valeurs croissantes de la position  $x_1$  ; mais cette tendance n'altère pas de manière significative le niveau de valeur de la sensibilité. Les plus grandes différences affectent le domaine des temps petits et particulièrement les minima. Les mêmes tendances peuvent être observées sur  $s_\varphi$  mais avec une nuance. Les courbes relatives aux différentes valeur de  $x_1$  sont plus rapprochées ; cela montre que l'influence de la position du premier thermocouple est moindre sur  $s_\varphi$ .

L'influence de la nature du milieu sur la sensibilité est représentée sur la *figure 6*. Pour  $x = 10r$  avec  $r = 25 \mu\text{m}$  et conformément à ce qui a été annoncé plus haut, on note que  $s_T$  admet un seul minimum quelle que soit la nature du milieu  $s_T(u_c) = 0,66$  ; les différences, plus prononcées que celles dues aux cotes de mesure, apparaissent au cours de l'évolution dans le temps et notamment aux instants courts.  $s_T$  est croissante suivant la diffusivité thermique. Pour les trois matériaux retenus, la sensibilité de mesure de la température de surface est





**Figure 5.** Sensibilité de mesure de la température et de la densité de flux superficiels sur un substrat en Aluminium.  
**Figure 5.** Measurement sensitivity of the superficial temperature and heat flux for a substrate made of Aluminium.



**Figure 6.** Influence de la nature du milieu sur la sensibilité de mesure de la température et de la densité de flux superficiels.  
**Figure 6.** Influence of the characteristics of the substrate on the measurement sensitivity of the superficial temperature and heat flux.

quand même bonne, puisqu'elle dépasse la valeur 0,9 au bout d'un à quatre dixièmes de seconde selon que le substrat soit de l'Aluminium ou de l'Inconel 718.

Les figures 5 et 6 représentent également  $s_\varphi(x, t)$ , sur la même échelle de temps, de zéro à une seconde.

$s_\varphi$  est donnée par l'axe des ordonnées de droite et, comme prévu, elle affiche des valeurs beaucoup plus faibles que celles de  $s_T$ . L'influence de la nature du milieu est essentiellement liée à l'effusivité thermique  $b$  du milieu telle que le prévoit la formule (18). Ainsi,  $s_\varphi$  est d'autant plus grande que l'effusivité est faible. Selon les matériaux, le rapport des sensibilités tend par le bas vers l'inverse du rapport des effusivités. En effet, dès que  $t$  est de l'ordre de 0,1 à 0,3 seconde, on a :

$$\operatorname{erfc}(u_1) \rightarrow 1 \Rightarrow s_\varphi = \frac{\sqrt{\pi t}}{b} \quad (19)$$

C'est ce qui justifie d'ailleurs l'accroissement notable de  $s_\varphi$  en fonction du temps. Par exemple, dans le cas de l'Aluminium, sa valeur est multipliée par 60 environ au bout d'une seconde. A  $t = 0,5$  ms, elle vaut  $1,3 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{K} \cdot \text{W}^{-1}$  ; à  $t = 18$  ms, elle passe à  $10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{K} \cdot \text{W}^{-1}$  et à  $t = 1$  s, elle atteint  $0,82 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{K} \cdot \text{W}^{-1}$ , au bout d'une seconde. Enfin, bien que perceptible, l'influence de la position reste faible devant celle de la nature du substrat.

Sur le plan pratique, la signification de  $s_\varphi$  est la réponse à la question : si on veut observer une variation  $\delta\varphi$  de la densité de flux, que faut-il détecter comme variation de température ? L'application numérique représentée figure 6 illustre la réponse. Ainsi pour observer  $\delta\varphi = 1 \text{ kW} \cdot \text{m}^{-2}$ , une sensibilité de  $10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{K} \cdot \text{W}^{-1}$  nécessite la détection de 0,01 K et une sensibilité de  $10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{K} \cdot \text{W}^{-1}$  nécessite la détection de 0,1 K. Pour l'expérimentateur qui utilise le thermocouple  $s_\varphi = 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{K} \cdot \text{W}^{-1}$  est trop faible ; par contre  $s_\varphi = 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{K} \cdot \text{W}^{-1}$  peut être suffisante.

### 3.3. Précision de mesure

L'étude de la précision est indissociable de celle de la sensibilité. Nous considérons le calcul d'erreur selon l'approche statistique en supposant que toutes les sources d'erreur sont indépendantes les unes des autres [23]. Ainsi la dépendance que pourrait avoir la conductivité ou la chaleur spécifique avec la température mesurée constitue un terme de second ordre qui sera négligé. De même, les incertitudes respectives des données et des mesures présentent un même niveau de probabilité qui sera également celui de l'incertitude sur le paramètre estimé. L'incertitude sur le paramètre estimé est égale à l'écart quadratique pondéré de toutes les sources d'erreur présentes dans le processus d'estimation (données et mesures). Ainsi les expressions des incertitudes absolues

respectivement sur la température et la densité de flux superficiels s'écrivent :

$$\delta T_0 \approx \left\{ \left( \frac{\partial T_0}{\partial T_m} \right)^2 (\delta T_m)^2 + \left( \frac{\partial T_0}{\partial x} \right)^2 (\delta x)^2 + \left( \frac{\partial T_0}{\partial \lambda} \right)^2 (\delta \lambda)^2 + \left( \frac{\partial T_0}{\partial (\rho C_p)} \right)^2 [\delta (\rho C_p)]^2 \right\}^{1/2} \quad (20)$$

$$\delta \varphi_0 \approx \left\{ \left( \frac{\partial \varphi_0}{\partial T_m} \right)^2 \delta T_m^2 + \left( \frac{\partial \varphi_0}{\partial x} \right)^2 (\delta x)^2 + \left( \frac{\partial \varphi_0}{\partial \lambda} \right)^2 (\delta \lambda)^2 + \left( \frac{\partial \varphi_0}{\partial (\rho C_p)} \right)^2 [\delta (\rho C_p)]^2 \right\}^{1/2} \quad (21)$$

$T_m$  représente la mesure et  $x$ ,  $\lambda$  et  $\rho C_p$  les données indispensables à l'estimation. La précision du paramètre estimé sera donc sujette à l'incertitude sur la mesure  $\delta T_m$  et aux incertitudes sur les données  $\delta x$ ,  $\delta \lambda$  et  $\delta (\rho C_p)$ . L'écriture de la différentielle du paramètre recherché permet d'apprécier le rôle de chaque dérivée partielle intervenant dans les équations 20 et 21 comme des fonctions de sensibilité à l'erreur qui entache chacun des paramètres intervenant dans l'estimation. Ainsi on a :

$$\frac{dT_0}{T_0} = \frac{dT_m}{T_m} + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{u_1 e^{-u_1^2}}{\operatorname{erfc}(u_1)} \left( \frac{dx}{x} - \frac{d\lambda}{2\lambda} + \frac{d(\rho C_p)}{2(\rho C_p)} \right) \quad (22)$$

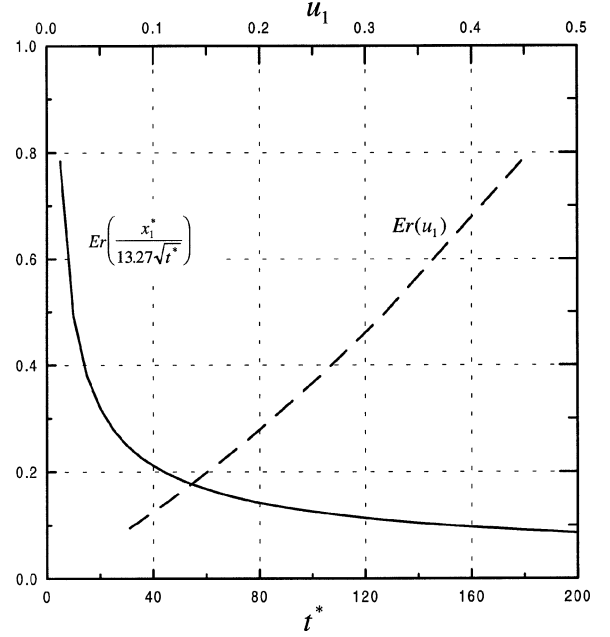
$$\frac{dT_0}{T_0} = \frac{dT_m}{T_m} + \operatorname{Er}(u_1) \left( \frac{dx}{x} - \frac{d\lambda}{2\lambda} + \frac{d(\rho C_p)}{2(\rho C_p)} \right) \quad (23)$$

avec :

$$\operatorname{Er}(u_1) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{u_1 e^{-u_1^2}}{s_T(u_1)} = \frac{e^{-u_1^2}}{s_\varphi^*(u_1)} \quad \text{où} \quad u_1 = \frac{x_1}{2\sqrt{at}}, \quad t \geq t_c \quad (24)$$

En dehors de  $\partial T_0 / \partial T_m$ , toutes les dérivées partielles dans l'équation (20) valent  $T_0 \cdot \operatorname{Er}(u_1)$  telle que le montre l'équation (23). Les équations (22)–(24) mettent en évidence le lien entre sensibilité de mesure et précision puisque  $dT_0$  s'exprime en fonction de  $s_T$  ; et on vérifie bien qu'une bonne sensibilité de mesure s'accompagne toujours d'une bonne précision de cette même mesure.

L'erreur sur la température superficielle estimée est calculée à partir de toutes les sources d'erreur : celle sur la mesure  $\{T_m\}$  et celles sur les données  $\{x, t, \lambda$  et  $(\rho C_p)\}$ . Mais on note que l'erreur sur la mesure intervient pondérée par un coefficient égal à l'unité (coefficient devant  $dT_m / T_m$ ), alors que les erreurs sur les données, elles, sont pondérées par la fonction  $\operatorname{Er}(u_1)$  qui est inversement proportionnelle à la sensibilité. Remarquons que l'incertitude sur la position se fait sentir deux



**Figure 7.** Evolution de la fonction de sensibilité aux erreurs de mesure.

**Figure 7.** Evolution of the sensitivity function to measurement errors.

fois plus que celle sur la diffusivité. Le second terme du membre de droite de l'équation (23) traduit le caractère indirect de la mesure de la température superficielle. Comme le montre la *figure 7*, la fonction  $\operatorname{Er}(u_1)$  est inférieure à l'unité quelle que soit la valeur de son argument. Elle est monotone croissante suivant  $u_1$  et monotone décroissante suivant le temps. Son maximum intervient au tout début de l'échelle des temps lorsque la sensibilité est minimale : on a  $\operatorname{Er}(u_1)_{\max} = \operatorname{Er}(u_c)$  (quand  $t = t_c$ ). Lorsque le temps devient grand, l'incertitude sur l'estimation de la température de surface tend vers son minimum représenté uniquement par l'erreur de mesure puisque :

$$\operatorname{Er}(u) \xrightarrow[t \rightarrow \infty]{} 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{dT_0}{T_0} \xrightarrow[t \rightarrow \infty]{} \frac{dT_m}{T_m} \quad (25)$$

Toutes ces observations sur la précision de la température de surface restent valables lorsqu'on considère la précision sur la densité de flux superficielle. Cette dernière s'exprime également en fonction de  $s_\varphi$  :

$$\frac{d\varphi_0}{\varphi_0} = \frac{dT_m}{T_m} + \frac{e^{-u^2}}{s_\varphi^*} \frac{dx}{x} + \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{e^{-u^2}}{s_\varphi^*} \right) \frac{d\lambda}{\lambda} + \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{e^{-u^2}}{s_\varphi^*} \right) \frac{d(\rho C_p)}{(\rho C_p)} \quad (26)$$

$$\frac{d\varphi_0}{\varphi_0} = \frac{dT_m}{T_m} + \frac{1}{2} \left( \frac{d\lambda}{\lambda} + \frac{d(\rho C_p)}{(\rho C_p)} \right) + \text{ErI} \left( \frac{dx}{x} - \frac{d\lambda}{2\lambda} + \frac{d(\rho C_p)}{2(\rho C_p)} \right) \quad (27)$$

Par contre, l'incertitude minimale vers laquelle tend cette dernière comporte un terme impliquant la précision sur les caractéristique thermophysiques du milieu, puisque :

$$\frac{d\varphi_0}{\varphi} \xrightarrow{t \rightarrow \infty} \frac{dT_m}{T_m} + \frac{1}{2} \left( \frac{d\lambda}{\lambda} + \frac{d(\rho C_p)}{(\rho C_p)} \right) \quad (28)$$

Ceci traduit le fait que, quelle que soit l'échelle des temps, la mesure du flux garde toujours son caractère indirect.

### 3.4. Choix de la position des thermocouples

Nous venons de voir que sensibilité et précision minimales correspondent au premier instant de mesure représenté par le temps de réponse du capteur. Celui-ci dépend lui-même de la position du second thermocouple. En outre, nous avons pu établir que le premier thermocouple doit être implanté dans un domaine bien défini. Partant de là, on peut maintenant voir comment faire le choix de la disposition la plus avantageuse des deux thermocouples.

Sur le *tableau II* nous faisons apparaître  $t_c$ ,  $u_c$ ,  $s_T(u_c)$ ,  $s_\varphi(x, t)$  et  $\text{Er}(u_c)$  en fonction de la disposition des deux thermocouples. En fait, la meilleure disposition est celle qui minimise le temps de réponse  $t_c$  et l'erreur de mesure à travers  $\text{Er}(u_c)$  et qui maximise  $s_T(u_c)$ ,  $s_\varphi(x, t)$ .

Si l'on part du principe qu'il faut d'abord remplir la condition sur le temps de réponse, alors connaissant la nature de la paroi à instrumenter, le choix du diamètre de fil impose la position la plus éloignée que peut prendre le second thermocouple. On remarquera ici que plus cette dernière est éloignée de la surface et meilleures sont la sensibilité et la précision de mesure aux premiers instants de la mesure. Mais bien sûr cela s'accompagne d'un temps de réponse plus grand. Une fois le choix de  $x_2$  fixé, c'est la contrainte sur les sensibilités et la précision qui va déterminer le choix de la position du premier thermocouple dans le domaine d'implantation qui lui a été défini plus haut. Et là, on observe que pour une position du second thermocouple fixée ( $t_c$  fixé), la sensibilité et la précision s'améliore lorsqu'on se rapproche de la surface à caractériser. La

TABLEAU II / TABLE II  
Compromis sensibilité-précision de mesure.  
Compromise measurement sensitivity-accuracy.

$x_2^* \downarrow$	$x_1^* \rightarrow$	10	20	40	66
20	$t_c^*$	9,5			
	$u_c$	0,244			
	$s_T(u_c)$	0,73			
	$s_\varphi^*(u_c)$	2,65			
	$\text{Er}(u_c)$	0,36			
40	$t_c^*$	16,7	16,7		
	$u_c$	0,184	0,369		
	$s_T(u_c)$	0,79	0,60		
	$s_\varphi^*(u_c)$	3,80	1,44		
	$\text{Er}(u_c)$	0,254	0,606		
60	$t_c^*$	23,7	23,7	23,7	
	$u_c$	0,155	0,309	0,618	
	$s_T(u_c)$	0,83	0,66	0,39	
	$s_\varphi^*(u_c)$	4,71	1,87	0,55	
	$\text{Er}(u_c)$	0,207	0,486	1,24	
80	$t_c^*$	30,5	30,5	30,5	30,5
	$u_c$	0,136	0,272	0,544	0,898
	$s_T(u_c)$	0,85	0,70	0,44	0,20
	$s_\varphi^*(u_c)$	5,52	2,28	0,72	0,19
	$\text{Er}(u_c)$	0,178	0,407	1,033	2,35

position optimale est naturellement  $x_1 = 10r$  dans tous les cas ; mais là, en plus du fait que l'incertitude relative sur la position  $x_1$  est à son maximum, il convient de considérer également les questions liées aux difficultés de réalisation. Enfin rappelons que c'est la sensibilité sur la mesure la densité de flux qui risque d'être la plus restrictive notamment dans les cas des substrats très effusifs (cf. equation (16)).

## 4. CONCLUSION

Les aspects théoriques de l'instrumentation d'un capteur thermique pariétal à faible inertie sont menés sur un modèle semi-infini unidirectionnel dont l'utilisation se justifie par la grande différence des échelles de temps qui distinguent le temps de réponse de la fraction d'épaisseur de paroi supportant l'instrumentation de celui de toute la paroi étudiée. En général, pareil capteur compte deux thermocouples. Il est défini comme étant l'épaisseur de paroi comprise entre la surface à caractériser et le second thermocouple (ou le plus éloigné de cette dernière dans le cas où on utilise plus de deux thermocouples). Le capteur se distingue par son temps de réponse, sa sensibilité de mesure et sa précision.

Le temps de réponse du capteur est défini comme étant l'instant à partir duquel le thermocouple le plus éloigné restitue la réponse du milieu à mieux que 95 % (ou plus). Il dépend de la position du thermocouple le plus éloigné, du diamètre du fil de thermocouple et de la nature de la paroi. On montre que pour remonter l'axe des temps afin de prospecter des instants de plus en plus proche de l'état initial, on peut jouer sur ces trois paramètres qui interviennent directement, de manière individuelle ou simultanée sur l'inertie du capteur. Un temps de réponse de plus en plus faible nécessite une épaisseur instrumentée de plus en plus faible et/ou des thermocouples de plus en plus fins et/ou un substrat de plus en plus diffusif. Pour une nature de substrat et un diamètre de fil donnés, c'est donc la contrainte sur le temps de réponse du capteur qui décide de la position du thermocouple le plus éloigné de la surface à caractériser.

Partant du fait que le phénomène de constriction se développant autour de la soudure chaude du premier thermocouple ne doit pas perturber la surface à caractériser et qu'une sensibilité minimale acceptable est nécessaire à la résolution du problème inverse de dépouillement, on a pu établir que le domaine d'implantation du premier thermocouple du capteur doit être compris entre 10 et 66 fois le rayon du fil de thermocouple. Cette sensibilité minimale est liée au pas de discrétisation temporelle du problème de conduction inverse menant à la condition thermique superficielle recherchée. Le choix de la position du premier thermocouple dans ce domaine est déterminé par un compromis entre la sensibilité et la précision au premier instant de la mesure.

La sensibilité de mesure de la température superficielle est croissante pour des positions de thermocouple de plus en plus proches de la surface à caractériser et/ou des temps de plus en plus grands et/ou dans un substrat de plus en plus diffusif. La sensibilité de mesure de la densité de flux se comporte de la même manière suivant la position de mesure et le temps mais évolue en sens inverse en fonction de l'effusivité du substrat. Retenons donc que la mesure de la densité de flux est de moins en moins sensible dans des supports de plus en plus effusif. C'est cette mesure de la densité de flux qui est la plus restrictive sur le temps de réponse du capteur et qui conditionne la valeur de la borne inférieure de la sensibilité de la mesure.

Enfin, le calcul d'erreur montre que l'incertitude relative qui frappe le paramètre estimé se compose de deux termes : le premier représente l'incertitude sur la mesure et le second fait intervenir les incertitudes sur toutes les données intervenant dans l'estimation du paramètre recherché. Ce dernier est inversement proportionnel à la

sensibilité de la mesure. Ainsi une mesure qui présente un caractère indirect fort en même temps qu'une sensibilité à peine acceptable, a toutes les chances d'être médiocre sur le plan de la précision, du moins aux tout premiers instants du phénomène.

## RÉFÉRENCES

- [1] Bourouga B., Lepaludier V., Bardou J.P., Mesure in situ de la température et du flux surfaciques dans un chambre de combustion dans un moteur diesel : influence du régime et de la charge, dans : Actes du Congrès S.F.T., Marseille, 1998, pp. 307-313.
- [2] Sihling K., Experimental investigation of the instantaneous heat transfer in the cylinder of a high speed diesel engine, S.A.E/SP-79/449/902.50, 1979.
- [3] Yasua H. et al., Surface temperature and wall heat flux in a spark-ignition engine under knocking and non knocking conditions, S.A.E paper 891795, 1989.
- [4] Lin C.S., Foster D.E., An analysis of ignition delay, heat transfer and combustion during dynamic load changes in a diesel engine, S.A.E paper 892054, 1989.
- [5] Jackson N.S., Pilley A.D., Owen N.J., Instantaneous heat transfer in a highly rated DI truck engine, S.A.E paper 900692, 1990.
- [6] Assanis D.N. et al., A prototype thin-film thermocouple for transient heat transfer measurement in ceramic-coated combustion chamber, S.A.E paper 900691, 1991.
- [7] Enomoto Y., Kimura S., Lida N., Thin film thermocouple for measurements of instantaneous surface temperature of a metallic and ceramic combustion chamber wall, S.A.E paper C496/011/95, 1995.
- [8] Goizet V., Bourouga B., Bardou J.P., Experimental study of the thermal boundary condition at the workpiece-die interface during hot forging, Heat Transfer, Proceedings of 11th IHTC, 5, 1998, pp. 15-20.
- [9] Semiatin S.L., Collings E.W., Wood V.E., Altan T., Determination of the interface heat transfer coefficient for non-isothermal bulk-forming processes, Journal of Engineering for Industry 109 (1987) 49-57.
- [10] Jain V.K., Determination of heat transfer coefficient for forging applications, Journal Materials Shaping Technology 8 (1990) 193-202.
- [11] Pietrzyk M., Kusiak H., Lenard J.G., Malinowski Z., Heat exchange between the workpiece and the tool in the metal forming processes, in: Proc. Conf. Formability, Ostrava, 1994, pp. 329-338.
- [12] Malinowski Z., Lenard J.G., Davies M.E., A study of the heat transfer coefficient as a function of temperature and pressure, Journal of Materials Processing Technology 41 (1994) 125-142.
- [13] Gierzynska-Dolna M., Pietrzyk M., Kucharczyk Z., Lacki P., Influence of the lubricant on temperature distribution in the forging dies, Steel Research 66 (10) (1995) 424-429.
- [14] Li Y.H., Sellars C.M., Evaluation of interfacial heat transfer and its effects on hot forming processes, Ironmaking and Steelmaking 23 (1996).
- [15] Nshama W., Jeswiet J., Oosthuizen P.H., Evaluation of temperature and heat transfer conditions at the metal

forming interface, *Journal of Materials Processing Technology* 45 (1994) 637–642.

[16] Manceau I., Analyse et modélisation des transferts thermiques dans les moules d'injection de thermoplastiques, Thèse de doctorat de l'université de Nantes-ECN, 1995.

[17] Quillet S., Transferts thermiques à l'interface polymère-métal dans le procédé d'injection des thermoplastiques, Thèse de doctorat de l'université de Nantes-ISITEM, 1998.

[18] Lebot P., Comportement thermique des semi-cristallins injectés : application à la prédiction des retraits, Thèse de doctorat de l'université de Nantes-ISITEM, 1998.

[19] Loulou T., Etude expérimentale de l'évolution des conditions thermiques de contact lors de la solidification

d'un métal tombant sur une paroi métallique refroidie, Thèse de doctorat de l'université de Nantes-ISITEM, 1995.

[20] Cassagne B., Bardou J.P., Beck J.V., Theoretical and experimental analysis of two surfaces thermocouples, in: *Heat Transfer, Proceedings of 8th IHTC*, 2, 1986, pp. 483–488.

[21] Bardou J.P., Thermal contact resistances: Basic phenomenon, in: *Séminaire Européen SPRINT sur les Echangeurs de Chaleur*, Padoue, Italie, 1991.

[22] Bardou J.P., Raynaud M., Scudeller Y., Mesure par contact des températures de surface, *Rev. Gén. Therm (HS95)* 34 (1995) 15–35.

[23] Moffat R.J., Describing the uncertainties in experimental results, *Experimental Fluid and Thermal Science* 1 (1998) 3–17.

### Abridged English version

#### The theoretical aspects of the instrumentation of a weak inertia parietal thermal sensor

This paper relates to the basic theoretical aspects leading to an optimisation of the thermal instrumentation of a parietal thermal sensor in order to characterise thermal conditions of a given surface or interface. The parietal thermal sensor term indicates a thickness  $e$  of wall subject to a one-directional conductive heat transfer and equipped with two thermocouples. This thickness is between surface or interfaces to characterise and the position  $x = e$  of the second thermocouple (*figure 1*). The thermophysical characteristics of the material are supposed to be known. The wires of thermocouple follow isothermal lines parallel to the surface to characterise and hot junctions are aligned according to the normal to this surface.

According to the need, the surface thermal condition to estimate can be a temperature and/or a heat flux density, even a coefficient of transfer or a thermal contact resistance. The post-processing of the temperature recordings carried out by the two thermocouples is done by means of the resolution of a one-dimensional inverse heat conduction problem. In this last, the temperature given by the second thermocouple is used as a boundary condition and the temperature given by the first thermocouple constitutes the additional information necessary to this resolution.

Like any measurement instrument, the parietal thermal sensor presents essential characteristics which must be optimised. These characteristics are the sensor response time, the measurement sensitivity and the accu-

racy of the estimated parameter. The optimisation of the instrumentation consists in successively tackling the problem of the sensor response time (not to be confused with the response time of the thermocouple) then that of the compromise measurement sensitivity–accuracy. They are the constraints imposed by the specifications which will guide the choice of the positions of the two thermocouples according to the wire diameter and the material constituting the substrate.

In the case of a fast transient heat transfer in a wall of  $L$  thickness where one is particularly interested by the beginning of the phenomenon (very short times), the one-dimensional semi-infinite model is representative of thermal process in the close vicinity of the surface to characterise, in a thickness  $e$  which can be instrumented. This model is all the more interesting since the  $e/L$  ratio is small. That is the case of the parietal sensor where  $(e/L)^2$  represents the ratio of the response time of the sensor on that of the wall. More this ratio is weak, better is the restitution of the instantaneous thermal event in the short times on the studied surface or interface. By its simplicity, especially in the case of a zero uniform initial condition, the semi-infinite model is well adapted to the study of the sensor response time and the analysis of measurement sensitivity and uncertainty. Generally, the thermal excitation is not constant and the initial condition is not uniform; so the expression of the solution is much more complex than the solution we use. However, the medium response to a temperature step can be representative of all other form of variable excitation

(theorem of Duhamel). It is also penalising because of the discontinuity which characterises the step.

Retain thus that it is the time scale which justifies the use of the semi-infinite model to define the sensor response time and study the behaviour of measurement sensitivity and estimation accuracy according to the position of thermocouple, its diameter and the characteristics of material. On the other hand, the domain the more interesting to implant thermocouples is obtained from physical consideration depending on experimental implementation and quality of estimation of the required superficial condition by inverse technique.

In the short times, the inertia of the thermocouple is at the origin of a significant difference between the medium response and the signal supplied by the thermocouple (*figure 2*). The sensor response time is defined from this observation. It is the moment from which the most distant thermocouple (the second) restores the response of the medium to better than 95 % (*figure 3*). The level 95 % is an arbitrary and can be chosen larger or lesser. The sensor response time depends on the position of the second thermocouple, on its diameter and on the characteristics of the wall. One shows that to go up the axis of times in order to prospect moments increasingly close to the initial state, one can exploit these three parameters which intervene directly, in an individual or simultaneous way on thermal inertia of the sensor. An increasingly weak response time requires an increasingly low instrumented thickness and/or increasingly fine thermocouples and/or an increasingly diffusive substrate (*table I*). For a given material and a given diameter of wire, it is thus the constraint over the response time of the sensor which decides position of the thermocouple furthest away from surface to characterise.

When we consider that the phenomenon of constriction developing around the hot welding of the first ther-

mocouple should not disturb surface to characterise and that an acceptable minimal sensitivity is necessary to the resolution of the inverse heat conduction problem, we establish that the position of first thermocouple of the sensor must be considered in the domain bounded by 10 and 66 times the ray of the wire of thermocouple. This minimal sensitivity is related to the time step in the discretisation of the inverse heat conduction problem leading to the required surface thermal condition. The choice of the position of the first thermocouple in this domain is determined by a compromise between the measurement sensitivity and accuracy.

The sensitivity of surface temperature measurement is increasing for positions of thermocouple increasingly close to the surface and/or increasingly large times (*figure 5*) and/or in an increasingly material diffusivity (*figure 6*). The sensitivity of measurement of the heat flux density behaves same manner according to the position of measurement and time but evolves in opposite direction according to the material effusivity. Thus let us retain that the measurement of the heat flux density is less and less sensitive in supports increasingly effusive (*figure 6*). The measurement of the heat flux density is most restrictive over the response time of the sensor. It conditions the value of the lower limit of the measurement sensitivity (*table II*).

Lastly, the error analysis shows that the relative uncertainty which affects the estimated parameter is composed of two terms: the first represents measurement uncertainty and the second all the uncertainties on the data intervening in the estimation of the required parameter. This last is inversely proportional to the measurement sensitivity (*figure 7*). Hence, a measurement which presents a strong indirect character at the same time as a just acceptable sensitivity, has all the chances to inaccurate, at least during the first moments of the phenomenon (*table II*).

